Η αρχαία Ελληνική Αστρονομία και η ανάπτυξη των κωνικών τομών

Γ. Δημάκος – Μ. Χρυσοβέργης

Από τη μελέτη της αστρονομίας των αρχαίων Ελλήνων μας είναι γνωστό ότι ο πρώτος αστρονόμος ο οποίος εισήγαγε μια πειστική εξήγηση και περιγραφή της κίνησης των πλανητών ήταν ο Εύδοξος ο Κνίδιος, (περ. 400 – 347 π.Χ.) ένας σπουδαίος αστρονόμος και μεγαλοφυής μαθηματικός, ο οποίος εισήγαγε την θεωρία των ομόκεντρων σφαιρών. Σύμφωνα με τη θεωρία αυτή το κέντρο του Σύμπαντος είναι η ακίνητη Γη περί την οποία στρέφονται, πάνω στην επιφάνεια ομοκέντρων σφαιρών με κέντρο τη Γη, οι πλανήτες.

Η θεωρία των ομόκεντρων σφαιρών (που ήταν μια καθ' ολοκληρία γεωμετρική θεωρία) επηρέασε όλη την αρχαία ελληνική Αστρονομία με ελάχιστες εξαιρέσεις όπως αυτή του Ηρακλείδη του Ποντικού, (περ. 388 – 315 π.Χ.) του Αρίσταρχου του Σάμιου (περ. 310 – 230 π.Χ.) και κάποιων άλλων. Η αποδοχή της θεωρίας αυτής προβάλει το εύλογο ερώτημα: ποια είναι όμως η τροχιά την οποία διαγράφει ένας πλανήτης που κινείται στην επιφάνεια μιας τέτοιας σφαίρας;

Φαίνεται ότι το ερώτημα αυτό βασάνισε επί μεγάλο χρονικό διάστημα τους Έλληνες αστρονόμους. Οι παρατηρήσεις (που ήταν ελάχιστα ακριβείς) έδειχναν ότι οι τροχιές των πλανητών ήταν κυκλικές. Αυτό το επιβεβαιώνει μια γεωμετρική πρόταση του Αρχιμήδη (περ. 287-212 π.Χ.) που φαίνεται ότι δημιουργήθηκε με αφορμή το ερώτημα αυτό και σύμφωνα με την οποία, αν ένα στερεό σώμα έχει την ιδιότητα, κάθε τομή του με επίπεδο να είναι κύκλος, το σώμα αυτό είναι σφαίρα.

Η πρόταση αυτή του Αρχιμήδη, η οποία είναι αληθής, βάζει τέλος στα ερωτηματικά που είχαν δημιουργηθεί με τη θεωρία του Ευδόξου. Έχουμε πολλές ενδείξεις για τον προβληματισμό των αρχαίων ελλήνων αστρονόμων. Για παράδειγμα, ο Μέναιχμος αρχαίος έλληνας γεωμέτρης που γεννήθηκε το 375 π. Χ. Ήταν αδελφός του γνωστού γεωμέτρη Δεινόστρατου και εχρημάτισε μαζί με τον αδελφό του μαθητής του Εύδοξου και του Πλάτωνα. Διέκρινε τις 3 τομές του κώνου δηλαδή την έλλειψη την υπερβολή και την παραβολή και χρησιμοποίησε τις ιδιότητές τους για την λύση του προβλήματος του διπλασιασμού του κύκλου. Προσπάθησε δε να τελειοποιήσει το σύστημα των ομοκέντρων σφαιρών του Ευδόξου. Ο Μέναιχμος θεωρεί διαφορετικά τη δημιουργία των κωνικών τομών από τη συνήθη, όπου μια κωνική ήταν η τομή ενός ορθού κυκλικού κώνου με επίπεδο όπως την είχαν περιγράψει αρκετοί μαθηματικοί πριν τον Απολλώνιο (π.χ. Δημόκριτος, Ευκλείδης).

Πιο συγκεκριμένα, ο Μέναιχμος θεωρεί ότι οι κωνικές τομές δημιουργούνται από τομή ενός ορθού κυκλικού κώνου με επίπεδο κάθετο σε μια γενέτειρα του κώνου. Ο T.L. Heath στην Ιστορία των Ελληνικών Μαθηματικών γράφει: «Το ερώτημα είναι πως ο Μέναιχμος συνέλαβε την ιδέα της δημιουργίας καμπυλών από τομές ενός κώνου: Σχετικά μ' αυτό δεν έχουμε καμία πληροφορία». Η ασυνήθης αυτή θεώρηση δίνει αφορμή σε πολλούς ιστορικούς της αστρονομίας των αρχαίων ελλήνων να συμπεράνουν ότι το γεγονός αυτό έχει αστρονομική αφετηρία.

Υπάρχει η άποψη δηλαδή ότι ο τρόπος θεώρησης των κωνικών τομών κατά τον Μέναιχμο έχει να κάνει εκτός από τις τροχιές των πλανητών και με το ηλιακό ρολόι.

Ηλιακά ωρολόγια

Η επινόηση των Ηλιακών ωρολογίων είναι πολύ παλαιά. Η εύρεση τους αποδίδεται στον Αναξίμανδρο (6^{ος} π.Χ. αιώνας) για τον οποίο αναφέρουν ότι έδωσε σε κάποιον Λακεδαιμόνιο γνώμονα που έδειχνε την κλίση της εκλειπτικής τα ηλιοστάσια και τις ισημερίες.

Ο Πλίνιος μάλλον από λάθος αποδίδει την εύρεση τους στον επίσης Μιλήσιο Αναξιμένη.

Ο Ηρόδοτος όμως αναφέρει ότι «πόλον μεν γαρ και γνώμονα και τα δυώδεκα μέρεα της ημέρας παρά Βαβυλωνίων έμαθον οι Έλληνες».

Η απλούστερη μορφή άρα και η πρώτη που θα πίστευε κανείς ότι θα εχρησιμοποιείτο για Ηλιακό ωρολόγιο θα ήταν εκείνη του οριζοντίου και επίπεδου ωρολογίου.

Εν τούτοις βαθύτερη μελέτη πείθει ότι είναι εκείνη της «σκάφης».

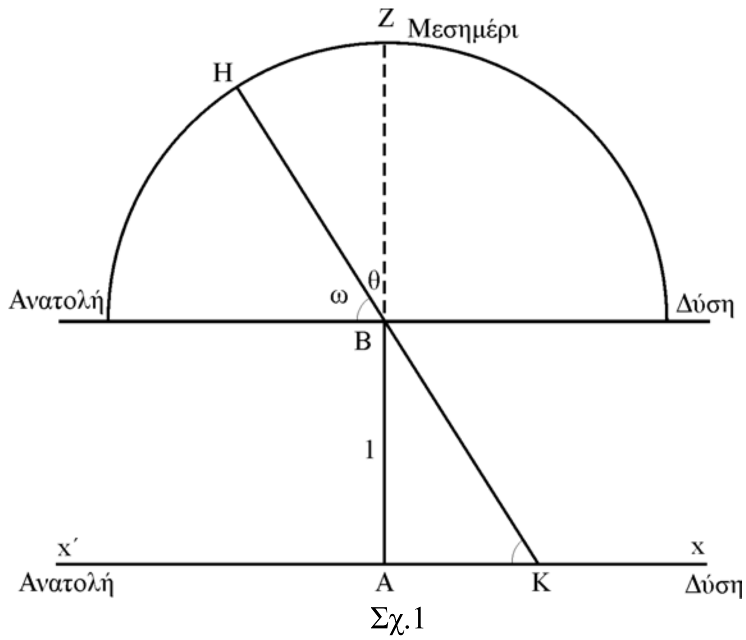
Η σκάφη είναι κοίλον ημισφαίριον του οποίου ο μέγιστος κύκλος ευρίσκεται σε οριζόντια θέση και ο δείκτης καταλήγει στο κέντρο της σφαίρας

Η τομή του Ισημερινού επιπέδου και του μέγιστου κύκλου δημιουργεί ημικύκλιο μέγιστου κύκλου το οποίο διαιρείται σε 12 ίσα τόξα. Από την μεσαία διαίρεση δηλαδή την 6^{η} διήρχετο από Βορά προς Νότο η τομή της σφαίρας με το μεσημβρινό επίπεδο του τόπου.

Η κατασκευή της σκάφης ήταν έργο δύσκολο τόσο ως προς την χάραξη των ωρών αλλά και ως προς τον προσανατολισμό της. Για το λόγο αυτό νωρίς προέκυψε η ανάγκη κατασκευής Ηλιακών ωρολογίων επίπεδων τόσο οριζόντιων όσο και κάθετων.

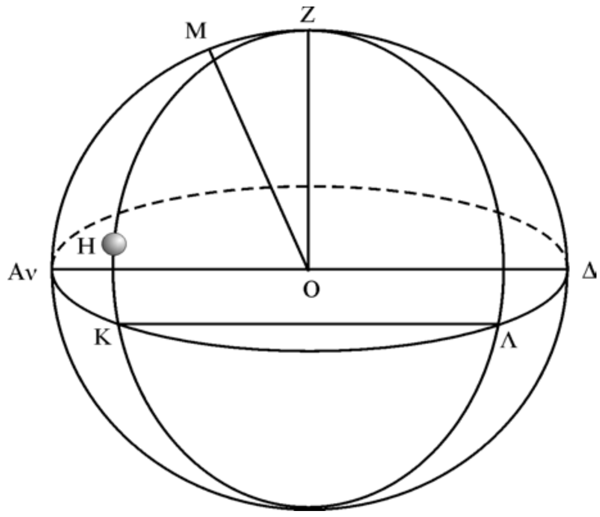
Η λειτουργία ενός επίπεδου Ηλιακού ωρολογίου έχει ως ακολούθως.

Ας θεωρήσουμε «γνώμονα» (δηλαδή στύλο) μήκους ℓ (π.χ. $\ell=1$) και ας τοποθετήσουμε με τέτοιο τρόπο ώστε να δείχνει τον ήλιο όταν αυτός μεσουρανεί. Όταν ο ήλιος βρίσκεται σε άλλη θέση, για παράδειγμα στο σημείο Η, (Σχ. 1) τότε ο γνώμονας ρίχνει τη σκιά του, ΑΚ, πάνω στο επίπεδο του εδάφους το οποίο υποθέτουμε κάθετο στον γνώμονα. Θα υπολογίσουμε το μήκος της σκιάς ΑΚ συναρτήσει του χρόνου.



Σχ.1

Αυτή η μέθοδος την οποία χρησιμοποιούσαν οι πρώτοι έλληνες αστρονόμοι έχει πολλά θετικά στοιχεία. Για παράδειγμα, στην περίπτωση ισημερίας ο γνώμονας θα βρίσκεται στο επίπεδο τον ισημερινού. Το επίπεδο που διέρχεται από τον γνώμονα και τη σκιά του τέμνει το οριζόντιο επίπεδο κατά την ευθεία x΄x, δηλαδή την ευθεία που ορίζουν η Ανατολή και η Δύση. Η σκιά κινείται πάνω στην ευθεία αυτή από Δυτικά προς τα Ανατολικά. Αν θ η γωνία που σχηματίζει η ΗΒ με τον γνώμονα ή την προέκτασή του τότε προφανώς ΑΚ=σφθ. Στην περίπτωση που η γωνία του γνώμονα με την κάθετη Α΄Δ΄ (Ανατολή-Δύση) στο Β είναι μη μηδενική υπάρχει μικρό αλλά αμελητέο λάθος. Επομένως δεχόμαστε ότι ΑΚ=σφθ=εφω, για μικρές αποκλίσεις. Στο (Σχ. 2) έχουμε την ουράνια σφαίρα με την τροχιά ΚΗΖΛ του Ηλίου (Ζ το Ζενίθ).



Σχ. 2

Αξίζει να σημειωθεί ότι σημαντικές ανακαλύψεις στην Φυσική, την Αστρονομία, καθώς και σε άλλες θετικές επιστήμες αποτέλεσαν αφορμή για την ανάπτυξη ποικίλων μαθηματικών θεωριών. Έτσι, για παράδειγμα, από τις αρχές του 20^ου^ αιώνα έχουν διατυπωθεί διάφορες θεωρίες για την ανάπτυξη των κωνικών τομών όρος που φαίνεται ότι εισήχθη στην Ακαδημία του Πλάτωνα από τον Μέναιχμο (αλλά και τον αδελφό του Δεινόστρατο) οι οποίοι -και κυρίως ο Μέναιχμος- είχαν ασχοληθεί ιδιαίτερα με τις κωνικές τομές.

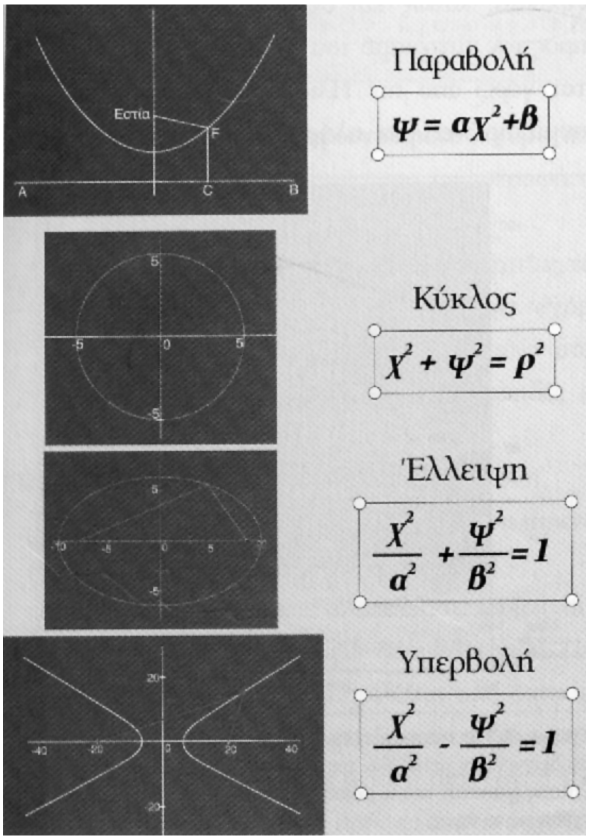
Ο P. Kroh [5] στο λεξικό του αναφέρει ότι ο Μέναιχμος ($4^{ος}$ π.Χ. αιώνας) υπήρξε μαθητής του Ευδόξου του Κνίδιου ενώ είχε σχέση και με την Ακαδημία του Πλάτωνα. Κατά τον Kroh, ο Μέναιχμος συνέβαλε σημαντικά στην ανάπτυξη της θεωρίας των κωνικών τομών. Μάλιστα μπορεί να θεωρηθεί ως και ο θεμελιωτής της θεωρίας αυτής, παρά το γεγονός ότι κατέληξε σε αυτήν λόγω της ενασχόλησής του με το δήλιο πρόβλημα.

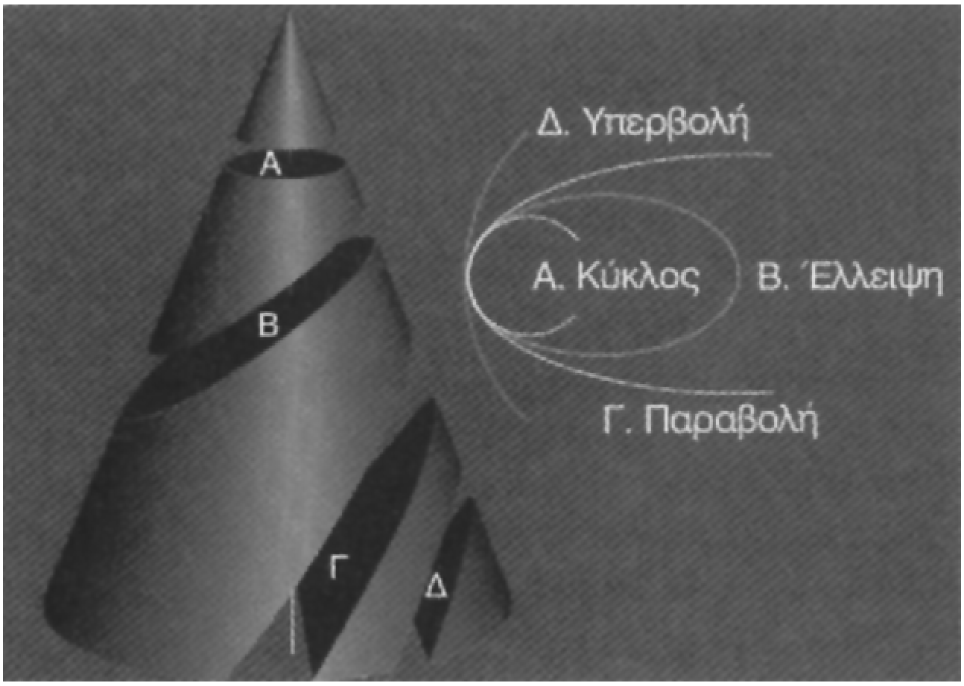
Σαν δήλιο πρόβλημα αναφέρεται το πρόβλημα του διπλασιασμού του κύβου. Πρόβλημα αδύνατο με κανόνα και διαβήτη που ονομάστηκε έτσι από την εποχή του Πλάτωνα

Όμως, για την επίλυση του δήλιου προβλήματος, όπως και για τα υπόλοιπα δυο άλυτα προβλήματα της αρχαιότητας, δε χρησιμοποιήθηκαν μόνο κωνικές τομές αλλά και άλλες καμπύλες.

Κωνικές Τομές

Κωνικές τομές ονομάζουμε τις τομές που προκύπτουν από ένα κώνο ό-ταν αυτός τμηθεί κατάλληλα από επίπεδο. Οι κωνικές τομές είναι τέσσερις δηλαδή ο κύκλος η έλλειψη η παραβολή και η υπερβολή.





Η απόσταση $\mathbf{A_1A_2=2\alpha}$ ονομάζεται μεγάλος άξονας και η απόσταση $\mathbf{B_1B_2=2\beta}$ μικρός άξονας. Η απόσταση $\mathbf{E_1E_2=2\gamma}$ των δύο εστιών ονομάζεται εστιακή απόσταση. Επίσης ένα χαρακτηριστικό μέγεθος της έλλειψης είναι η εκκεντρότητα,

$$\varepsilon=\frac{\gamma}{\alpha}$$

που δηλώνει πόσο αυτή προσεγγίζει τον κύκλο.

Ο Ε. Σταμάτης [6] αναφέρει ότι ο Ερατοσθένης σχετικά με το δήλιο πρόβλημα έλεγε «μηδέ Μαινεχμείους καινοτομεί τριάδας», εννόωντας τη σπουδή των κωνικών τομών από τον Μέναιχμο.

Παρόλα αυτά, όπως πιστεύουν οι ιστορικοί των Μαθηματικών, οι Πυθαγόρειοι ήταν αυτοί που πρώτοι έθεσαν τις βάσεις της σπουδής των κωνικών τομών, αν και δεν έκαναν χρήση του όρου αυτού. Είναι βέβαια γνωστό ότι οι Πυθαγόρειοι ήταν από τους πλέον σημαντικούς αστρονόμους της αρχαίας Ελλάδας με καθοριστικές ανακαλύψεις, όπως το ότι η Γη είναι σφαιρική γεγονός σημαντικό, αφού όπως αναφέρει ο Διόδωρος ο Αλεξανδρείας οι Βαβυλώνιοι και οι άλλοι λαοί δεν γνώριζαν τίποτα για τη σφαιρικότητα της Γης. Αλλά και άλλοι που ασχολήθηκαν με τη μελέτη των κωνικών τομών δεν αναφέρεται πουθενά ότι ασχολήθηκαν με το δήλιο πρόβλημα όπως, για παράδειγμα, οι Ευκλείδης, Απολλώνιος, Αρχιμήδης κ.α.

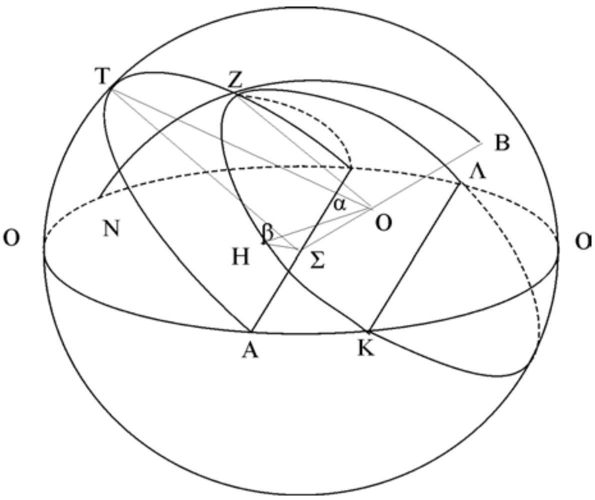
Γίνεται, λοιπόν, αντιληπτό ότι η τόσο σημαντική θεωρία των κωνικών τομών εισήχθηκε και αναπτύχθηκε με διαφορετικές μεθόδους.

Έτσι, με διαφορετικό τρόπο εισάγονται βασικές έννοιες των κωνικών στο XI βιβλίο των «Στοιχείων» του Ευκλείδη και με διαφορετικό τρόπο από τον Απολλώνιο και τον Αρχιμήδη. Μέχρι την εποχή του Αρχιμήδη, οι τρεις κωνικές τομές ονομάζονταν: ορθογώνιου κώνου τομή (παραβολή), οξυγωνίου κώνου τομή (έλλειψη) και αμβλυγωνίου κώνου τομή (υπερβολή). Όπως μας πληροφορεί ο Ευτόκιος στα σχόλια του των «Κωνικών» του Απολλώνιου, ο Απολλώνιος ήταν αυτός που πρώτος κατανόησε ότι δεν απαιτούνται τρεις διαφορετικοί κώνοι για να ληφθούν οι τρεις κωνικές, αλλά ένας μόνο, που θα τμηθεί κατάλληλα από επίπεδο. Θα πρέπει τέλος να αναφέρουμε εδώ ότι ο Απολλώνιος υπήρξε ένας διακεκριμένος αστρονόμος ο οποίος είχε γράψει δυο τουλάχιστον αστρονομικά έργα: το «Έργον αστρονομικόν» και το «Κατασκευή ωρολογίων».

Το γεγονός ότι όλοι όσοι ασχολήθηκαν με την θεωρία των κωνικών τομών ήταν και σημαντικοί αστρονόμοι έγινε αφορμή να διατυπωθεί από αρκετούς ιστορικούς η άποψη ότι η ανάπτυξη της θεωρίας των κωνικών τομών ήταν αποτέλεσμα αστρονομικών προβλημάτων.

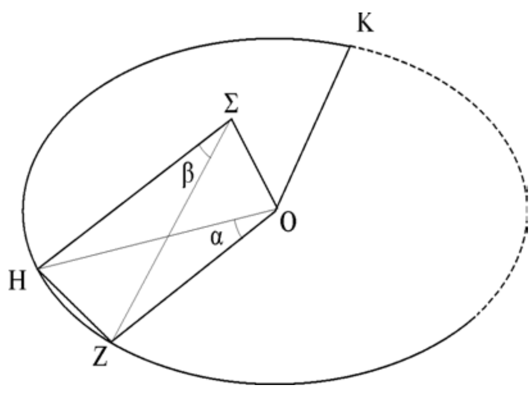
Το Σχ. 3 παριστάνει ουράνια σφαίρα με το σημείο Σ της σκιάς του γνώμονα σαν κέντρο, ενώ ΑΤΔ είναι ο ισημερινός, ΚΑΝΔΛ ο ορίζοντας και ΚΗΓΛ η ημερήσια τροχιά του Ήλιου που καταλήγει στο Ζ. Άρα η γωνία $Z\hat{O}T = \delta$ θα είναι η κλίση και $\overrightarrow{\Gamma\Sigma}$ η διεύθυνση του γνώμονα. Ας υποθέσουμε ότι ο Ήλιος βρίσκεται στο Η. Η γωνία α που μετρά την γωνιακή απόσταση από το Ζενίθ Ζ δίδεται από τη σχέση $\alpha = Z\hat{O}H$, όπου Ο το κέντρο του παράλληλου κύκλου ΚΗΖΛ το μήκος S της σκιάς δίνεται από τη σχέση

S= εφβ, όπου $\beta = H\hat{\Sigma}T$, η γωνία μεταξύ της ακτίνας ΤΣ και της διεύθυνσης του γνώμονα. Επομένως αρκεί να προσδιορίσουμε το β συναρτήσει της γωνίας α. Στο Σχ. 4 ο παράλληλος κύκλος ΚΗΖΛ παριστάνεται ακόμα μια φορά, αλλά χάριν απλότητας σε οριζόντια θέση. Μια κάθετη ευθεία στο επίπεδο του κύκλου που διέρχεται από το κέντρο Ο θα τέμνει τον γνώμονα στο σημείο Σ άρα το τμήμα ΣΖ είναι η προέκταση του γνώμονα.



Σχ. 3

Από το Σχ. 3 προκύπτει ότι $O\hat{Z}\Sigma = Z\hat{\Sigma}T = \delta$ είναι η κλίση. Είναι λοιπόν εύκολο να εκφράσουμε τη γωνία $\beta = Z\hat{\Sigma}H$ ως συνάρτηση της γωνίας $\alpha = Z\hat{O}H$.



Σχ. 4

Έστω τ=ΟΗ η ακτίνα του παράλληλου κύκλου. Τότε θα έχουμε $ZH = 2\tau\eta\mu\frac{\alpha}{2}$. Επειδή ακόμα $Z\Sigma = H\Sigma = \frac{\tau}{\sigma\upsilon\nu\delta}$ θα έχουμε ακόμα $ZH = \frac{2\tau}{\sigma\upsilon\nu\delta}\eta\mu\frac{\beta}{2}$. Επομένως $\eta\mu\frac{\beta}{2} = \sigma\upsilon\nu\delta\eta\mu\frac{\alpha}{2}$. Επειδή όμως $s = \varepsilon\varphi\beta$, μπορούμε επίσης να υπολογίσουμε την $\varepsilon\varphi\frac{\beta}{2}$. Πράγματι είναι

$$\varepsilon\varphi\frac{\beta}{2} = \frac{\sigma\upsilon\nu\delta \cdot \eta\mu\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1-\sigma\upsilon\nu^2\delta\eta\mu^2\frac{\alpha}{2}}}.$$

Από όσα αναφέραμε παραπάνω προκύπτουν τα εξής:

Α) Αφού είναι γνωστό ότι συνδ=συν(-δ) θα έχουμε το ίδιο μήκος σκιάς και για τη συμμετρική κλίση ως προς τον ισημερινό και ευθεία για δ=ε και δ = -ε.

Το ηλιοσκόπιό μας, λοιπόν, δείχνει ίσα μήκη και σκιά και για τις δυο συμμετρικές θέσεις του ήλιου ως προς το κέντρο Ο.

Β) Λόγω του ότι το γεωμετρικό μήκος δεν επηρεάζει το δ, το ηλιακό ωρολόγιο μας δίνει το ίδιο μήκος σκιάς για όλα τα σημεία που ανήκουν στο ίδιο τόπο της Γης.

Γ) Λόγω του ότι οι σκιές είναι ορατές από το προσλαμβάνον επίπεδο όταν $|\beta| < 90^o$, για $|\delta| = \varepsilon$ βρίσκουμε το παρακάτω όριο για την γωνία α. Αντικαθιστούμε στον τύπο (1) την τιμή $\varepsilon\varphi\frac{\beta}{2} = 1$ και βρίσκουμε:

$\sigma\upsilon\nu\alpha_o = 1 - \frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\varepsilon}$. Όμως επειδή $\frac{1}{\sigma\upsilon\nu^2\varepsilon} > 1$ βλέπουμε ότι $\sigma\upsilon\nu\alpha_o < 0$ και άρα $\alpha_o > 90^o$.

Η γωνία $K\hat{O}Z = \gamma$ παριστάνει το μέσο μήκος της ημερησίας διαδρομής του Ήλιου για μια ηλιακή κλίση δ. Διακρίνουμε τις παρακάτω περιπτώσεις:

(i) γ>α. Τότε το ηλιακό ωρολόγιο δεν λειτουργεί όταν α βρίσκεται στο διάστημα [α_o, γ]. Καθώς μετακινούμαστε βορειότερα, τόσο αυξάνει η γ για τη διάρκεια της εαρινής ισημερίας και μετά το ηλιοβασίλεμα το ηλιακό ωρολόγιο μπορεί να χρησιμοποιηθεί. Για γεωμετρικά μήκη στη βάση της ανατολικής λεκάνης της Μεσογείου, αυτό δεν παίζει μεγάλο ρόλο.

(ii) Οι περιπτώσεις γ=α, γ<α εξετάζονται όμοια.

Δ) Επειδή η δ είναι ελάχιστη, άρα $\sigma\upsilon\nu\delta \simeq 1$, από τη σχέση (1) θα πάρουμε ότι η διαφορά $\left|\varepsilon\varphi\frac{\alpha}{2} - \varepsilon\varphi\frac{\beta}{2}\right|$ τείνει στο 0, δηλαδή γίνεται όσο θέλουμε μικρή.

Αυτό επιβεβαιώνει την υπόθεση μας ότι το μήκος της σκιάς είναι σε κάθε περίπτωση κοντά στη εφα.

Ε) Παράδειγμα

Για ε=23, 50 παίρνουμε τον παρακάτω πίνακα για σκιές του θερινού ηλιοστασίου

α	β	γ
0^o	0^o	$0{,}33^o$
20^o	$18{,}17^o$	$0{,}74^o$
40^o	$36{,}28^o$	$1{,}40^o$
60^o	$54{,}26^o$	$2{,}15^o$
70^o	$65{,}03^o$	$3{,}08^o$
80^o	$72{,}01^o$	$6{,}04^o$
90^o	$80{,}36^o$	
100^o	$88{,}58^o$	$55{,}44^o$
107^o	$95{,}22^o$	

Η οριακή γωνία α_o είναι 101^o($\beta=20^o$). Η μεγαλύτερη δυνατή τιμή στην Αλεξάνδρεια είναι περίπου 107^o. Άρα το ηλιακό ωρολόγιο πρακτικά είναι πάντα χρησιμοποιήσιμο.

Κατά το χειμερινό ηλιοστάσιο έχουμε $\alpha_o \simeq 72^o$ τη στιγμή εκείνη η σκιά στο ηλιοβασίλεμα ξεκινά με ένα μήκος ελάχιστα μεγαλύτερο από το μήκος του γνώμονα. Στην ισημερία η σκιά του ηλιακού ωρολογίου είναι ℓ Παρατηρούμε λοιπόν ότι το ηλιακό μας ωρολόγιο έχει το επιπλέον πλεονέκτημα να αποφεύγει τις πολύ μεγάλες σκιές κατά τη διάρκεια του πρωινού τουλάχιστον για το μισό έτος.

Οι κωνικές τομές

Από το σχήμα 4 προκύπτει ότι οι ακτίνες του ρίχνουν σκιά ΗΣ αποτελούν τις γεννήτριες γραμμές ορθού κυκλικού κώνου με γωνία κορυφής δ. Ο κώνος σκιάς είναι η άλλη κωνική επιφάνεια με κορυφή Σ. Η σκιά του Σ προβάλλεται σε επίπεδο κάθετο στη γενέτειρα του κώνου που είναι η προέκταση της ΖΣ. Η προέκταση της ΣΖ΄ είναι ο γνώμονας Άρα η σκιά του Σ κινείται σε μια κωνική τομή, ένα σημείο της οποίας είναι το ίχνος Ζ΄ τον γνώμονα. Η μορφή της κωνικής τομής εξαρτάται από την κλίση δ είτε από τη γωνία 180^o-2δ της κορυφής Σ που είναι η μόνη μεταβλητή παράμετρος της μελέτης της καμπύλης που διαγράφει το άκρο της σκιάς.

Ο παραπάνω τρόπος αντιστοιχεί επακριβώς στον ορισμό των κωνικών τομών από τον Μέναιχμο όπως μας τον περιγράφει ο Ευτόκιος και άλλοι σχολιαστές.

Η μόνη επιπλέον γενίκευση που δεν θεωρήσαμε σκόπιμο και αναφέρουμε εδώ είναι όταν το δ δεν περιορίζεται στο διάστημα Ι=[-ε, ε] αν θέλουμε να πάρουμε και άλλες κωνικές τομές εκτός από την υπερβολή. Αυτή η γενίκευση είναι τετριμμένη όταν ερευνήσουμε από γεωμετρική σκοπιά τις καμπύλες στις οποίες κινείται η σκιά.

Συμπέρασμα

Η ανωτέρω εξήγηση μας δείχνει ένα πιθανό κίνητρο της πρώιμης θεωρίας των κωνικών τομών όπως περιγράφηκε από τους αρχαίους. Πρέπει να παραδεχθούμε **ότι δεν έχουν διασωθεί ηλιακά ωρολόγια αυτού του τύπου**. Η πλειονότητα των ελληνικών ηλιακών ωρολογίων που έχουν επίπεδη επιφάνεια έχουν μια είτε οριζόντια είτε κάθετη θέση αυτού του επιπέδου. Η μόνη εξαίρεση είναι ένα ηλιακό ωρολόγιο στο Βρετανικό Μουσείο του οποίου το επίπεδο συμπίπτει με το επίπεδο του ισημερινού, ενώ ο γνώμονας δείχνει προς τον βόρειο (ή νότιο) πόλο της υδρόγειας σφαίρας. Η σκιά μετακινείται σε κύκλους για όλες τις κλίσεις που δεν είναι μηδέν, με ακτίνες τις ίδιες για αντίθετες τιμές του δ, επίσης ανεξάρτητες από το γεωγραφικό μήκος. Αυτό το ηλιακό ωρολόγιο **δεν λειτουργεί στις ισημερίες** και στην **πράξη σε ένα σημαντικό διάστημα πριν και μετά τις ισημερίες**. Μπορούμε να πούμε ότι αυτό το όχι και τόσο πρακτικό ωρολόγιο αντιπροσωπεύει το ένα άκρο μιας εξέλιξης που το άλλο της άκρο αντιστοιχεί στη διαδικασία για την οποία έγινε λόγος παραπάνω. Η κοινή βάση της θεωρίας και των δύο ωρολογίων είναι η διαδικασία που γίνεται στο Σχ. 2 αντιστρέφοντας τη θέση γνώμονα – επιπέδου. Είναι βέβαια γνωστό ότι ο Αρίσταρχος είχε κατασκευάσει ένα ηλιακό ωρολόγιο που ονόμαζε «Σκάφη», του οποίου η βάση αντί για επίπεδο ήταν παραβολοειδές. Συμπεραίνουμε λοιπόν ότι οι αρχαίοι Έλληνες αστρονόμοι ήταν ικανοί να κατασκευάσουν τέτοιους τύπους ηλιακού ωρολογίου.

Η θεωρία των κωνικών τομών αποδείχθηκε απολύτως αναγκαία για την κατανόηση, περιγραφή και εξήγηση των αστρονομικών φαινομένων. Ο Kepler αξιοποιώντας τις παρατηρήσεις του Δανού αστρονόμου Tycho Brache και την ηλιοκεντρική θεωρία του Αρίσταρχου διατύπωσε τους τρεις νόμους που απετέλεσαν τις βάσεις της σύγχρονες Αστρονομίας.

Βιβλιογραφία

1. T.L. Heath. Aristrarctus of Samos, Oxford 1913 (Dover 1981)
2. T.L. Heath A history of Greek Mathematics (Ελληνική Μετάφραση ΚΕΕΠΕΚ, Αθήνα 2001)
3. M.J. Crowe. Theories of the world from Antiquity to the Copernican Revolution, Dover 1990
4. J. Drecker, Theorie der Sonnenuhren, Berlin 1925
5. P. Kroh. Lexikon der Antiken Autoren (Ελληνική Μετάφραση) Αθήνα 1996
6. Ε. Σταμάτη. Απολλωνίου Κωνικά, Αθήνα 1975
7. Εντόκιος Σχόλια στο [6]